

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγικές έννοιες

1.1 Γενικά

Τα συστήματα αυτομάτου ελέγχου κατέχουν ένα ρόλο ζωτικής σημασίας, τόσο στις επιστήμες του μηχανικού, όσο και στην επιστήμη γενικότερα. Απλές εφαρμογές τους συναντώνται ευρύτατα στις βιομηχανικές διαδικασίες, με τη μορφή του ελέγχου διαφόρων φυσικών μεγεθών (θερμοκρασία, πίεση, υγρασία, ιξώδες, τάση και ένταση ηλεκτρικού ρεύματος, ταχύτητα περιστροφής...) και με τη μορφή του ελέγχου θέσης και ταχύτητας, στους σερβομηχανισμούς. Η σημασία τους είναι εξέχουσα στις χημικές βιομηχανίες, στην παραγωγή και μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας και φυσικών πόρων, στις μεταφορές, και στην επεξεργασία λυμάτων. Κατά τις τελευταίες δεκαετίες έχουν αναπτυχθεί προηγμένες τεχνικές ελέγχου για τεχνολογικές εφαρμογές υψηλών απαιτήσεων στην αεροναυτική και την αεροδιαστημική, στη ρομποτική, στις ασύρματες τηλεπικοινωνίες και τη μηχανοτρονική. Στην ανάπτυξη αυτή συνέβαλαν νέα θεωρητικά ερευνητικά αποτελέσματα, οι σύγχρονες τεχνικές βελτιστοποίησης με τους αντίστοιχους αλγόριθμους, καθώς και η ραγδαία εξέλιξη στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές, σε υλικό και λογισμικό.

Πέρα από τις επιστήμες του μηχανικού, τα συστήματα αυτομάτου ελέγχου βρίσκουν εφαρμογές σε μια σειρά από επιστήμες όπως η βιολογία, η ιατρική, το περιβάλλον, η οικονομία, η διδακτική, η κοινωνιολογία κ.ά., έτσι ώστε το χαρακτηριστικό τους σήμερα είναι η διεπιστημονικότητα. Με άλλα λόγια, επειδή η επιστήμη των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου παρέχει μια συστηματική αντιμετώπιση των διαφόρων προβλημάτων, ξεφεύγει από τα στενά πλαίσια των τεχνολογικών επιστημών και μπορεί να αποτελέσει χρήσιμο εργαλείο για την επίλυση προβλημάτων πολλών κλάδων της επιστήμης.

Ο αρχαιότερος αυτοματισμός αποδίδεται στον Ήρωνα τον Αλεξανδρινό (1^{ος} αιώνας π.Χ.) που με κάποιο υποτυπώδη μηχανισμό κατάφερνε να ανοίγει «αυτόματα» η πόρτα ενός ναού. Ωστόσο, ο πρώτος σημαντικός αυτοματισμός είναι ο ρυθμιστής του Watt που αναπτύχθηκε τον 18^ο αιώνα. Η περαιτέρω εξέλιξη ήταν εμπειρική. Οι

πρώτες μαθηματικές θεωρίες διατυπώθηκαν από τους Maxwell και Vyshnegradskii τον 19^ο αιώνα, με εφαρμογή και πάλι στο ρυθμιστή του Watt. Η ουσιαστική θεωρητική θεμελίωση των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου άρχισε με τους Black, Nyquist και Bode στη δεκαετία του 1920, οπότε εισήχθη η έννοια της ανατροφοδότησης ή ανάδρασης (*feedback*). Λίγο αργότερα, ο Hanzen εισήγαγε τη θεωρία των σερβομηχανισμών και ο Black τους ενισχυτές ανατροφοδότησης. Στη δεκαετία του 1940 εδραιώθηκε η θεωρία συστημάτων μιας εισόδου – μιας εξόδου στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας που σήμερα χαρακτηρίζεται ως «κλασική θεωρία». Η λεγόμενη «σύγχρονη θεωρία» αφορά τα συστήματα πολλών εισόδων – πολλών εξόδων που περιγράφονται στο πεδίο του χρόνου. Αυτή αναπτύχθηκε στις αρχές της δεκαετίας του 1960 και έδωσε μια σημαντική ώθηση στην ανάπτυξη της επιστήμης των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου που φτάνει ως τις μέρες μας σε συνεχώς διευρυνόμενα πεδία έρευνας και απαντά σε ένα πλήθος εφαρμογών.

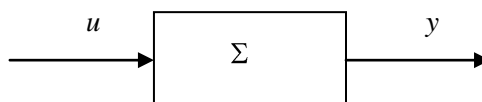
1.2 Ορισμοί

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζεται η στοιχειώδης ορολογία σχετικά με τα συστήματα αυτομάτου ελέγχου.

- **Σύστημα** είναι ένα πλήθος στοιχείων ή διατάξεων που είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους, έτσι ώστε να αποτελούν ένα ολοκληρωμένο και σύνθετο σύνολο.
- **Θεωρία συστημάτων** είναι η μελέτη των χαρακτηριστικών και της συμπεριφοράς των συστημάτων, υπό συγκεκριμένες συνθήκες.
- **Σύστημα αυτομάτου ελέγχου** λέγεται η διασύνδεση στοιχείων ή μονάδων ενός συστήματος, έτσι ώστε αυτό να λειτουργεί με έναν επιθυμητό τρόπο.

1.3 Δομή συστημάτων

Ένα σύστημα απεικονίζεται συμβατικά με ένα ορθογώνιο. Μέσα σ' αυτό σημειώνεται το μαθηματικό πρότυπο ή μοντέλο του συστήματος. Οι πληροφορίες που δέχεται αποτελούν το **σήμα εισόδου** (ή **διέγερσης**), στις οποίες το σύστημα ανταποκρίνεται με πληροφορίες **εξόδου** (ή **απόκρισης**) που και αυτές αποτελούν ένα σήμα. Τα σήματα αυτά απεικονίζονται με βέλη. Τα τρίπτυχο είσοδος – σύστημα – έξοδος απεικονίζεται στο Σχ. 1.1., όπου Σ είναι το σύστημα και u , y είναι τα σήματα εισόδου και εξόδου, αντίστοιχα.

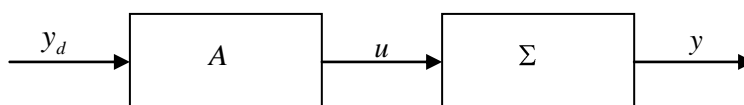


Σχήμα 1.1. Δομή συστήματος

Στη γενική περίπτωση ένα σύστημα είναι δυνατόν να χαρακτηρίζεται από πολλές εισόδους (έστω m το πλήθος) και πολλές εξόδους (έστω r το πλήθος). Τότε ορίζονται, αντίστοιχα, το διάνυσμα εισόδου $u = [u_1, \dots, u_m]^T$ διάστασης $m \times 1$ και το διάνυσμα εξόδου $y = [y_1, \dots, y_r]^T$ διάστασης $r \times 1$. Αν θεωρήσουμε ότι το σύστημα περιγράφεται μαθηματικά με ένα τελεστή T , τότε αυτός συνδέει το διάνυσμα εισόδου και το διάνυσμα εξόδου με μια σχέση της μορφής $y = T[u]$.

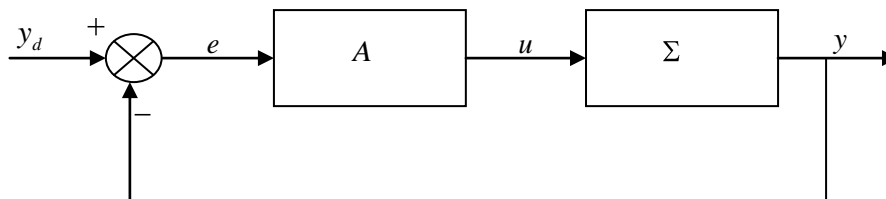
Τα σήματα y_d εισόδων και εξόδων έχουν τιμές που μεταβάλλονται με το χρόνο και γι' αυτό είναι συναρτήσεις του χρόνου. Συνεπώς, η μαθηματική περιγραφή ενός συστήματος είναι και αυτή μια συνάρτηση του χρόνου. Σε πολλές περιπτώσεις όμως, για φυσικούς λόγους, είναι καταλληλότερη μια περιγραφή, τόσο του συστήματος, όσο και των σημάτων εισόδων και εξόδων, συναρτήσει της μιγαδικής συχνότητας. Οι περιγραφές αυτές θα μελετηθούν διεξοδικά στα επόμενα κεφάλαια.

Η κύρια επιδίωξη για ένα σύστημα αυτομάτου ελέγχου είναι να λειτουργεί με έναν επιθυμητό τρόπο. Χρησιμοποιώντας τις έννοιες που προαναφέρθηκαν, μπορεί να διατυπωθεί το **βασικό πρόβλημα ελέγχου**: Δεδομένου ενός συστήματος Σ , ζητείται να βρεθεί το κατάλληλο σήμα εισόδου u , έτσι ώστε το σύστημα να αποκρίνεται με ένα επιθυμητό σήμα εξόδου $y = y_d$. Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε το σύστημα ελέγχου της θερμοκρασίας ενός κλειστού χώρου. Το σήμα εισόδου είναι το ηλεκτρικό ρεύμα $i(t)$ (ή η ηλεκτρική ισχύς) και το σήμα εξόδου είναι η θερμοκρασία $\theta(t)$. Το πρόβλημα ελέγχου συνίσταται στην εύρεση του κατάλληλου σήματος εισόδου που εξασφαλίζει στο χώρο θερμοκρασία ίση προς μια επιθυμητή τιμή, δηλαδή, $\theta(t) = \theta_d$. Στον αυτόματο έλεγχο το ζητούμενο σήμα εισόδου u παράγεται από μια ειδική μονάδα που συνδέεται με το σύστημα Σ και λέγεται **ελεγκτής** ή **ρυθμιστής** ή **αντισταθμιστής**. Η είσοδος u προκύπτει ως έξοδος του ελεγκτή και τότε λέγεται και **σήμα ελέγχου**. Ο τρόπος ελέγχου μπορεί να είναι είτε **ανοικτού βρόχου**, είτε **κλειστού βρόχου**. Στο Σχ. 1.2 ο ελεγκτής A παράγει το σήμα ελέγχου u , το οποίο είναι είσοδος στο σύστημα Σ , που αποκρίνεται με το σήμα y . Ο ελεγκτής θα πρέπει να έχει σχεδιαστεί έτσι ώστε η έξοδος y να γίνεται ίση με την επιθυμητή έξοδο y_d .



Σχήμα 1.2. Έλεγχος ανοικτού βρόχου

Στο Σχ. 1.3 η μετρούμενη έξοδος y συγκρίνεται με την επιθυμητή έξοδο y_d στο αθροιστικό σημείο και προκύπτει το **σφάλμα** $e = y_d - y$. Με βάση την τιμή του σφάλματος, ο ελεγκτής παράγει το σήμα ελέγχου u που διορθώνει τη λειτουργία του συστήματος έτσι ώστε να προκύπτει $y = y_d$. Τότε, η τιμή του σφάλματος μηδενίζεται.

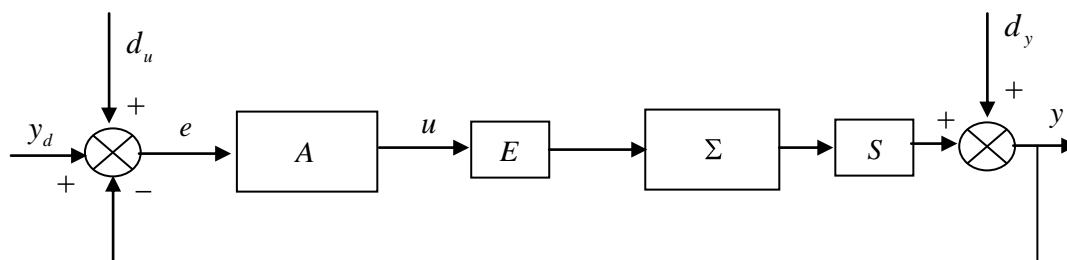


Σχήμα 1.3. Έλεγχος κλειστού βρόχου

Η διαδικασία διόρθωσης της λειτουργίας του συστήματος με βάση τη μετρούμενη έξοδο του λέγεται **ανατροφοδότηση** ή **ανάδραση**. Στην περίπτωση του παραδείγματος, ο ελεγκτής είναι ένας θερμοστάτης. Η τροφοδοσία σε ηλεκτρική ισχύ στο σύστημα θέρμανσης (ή ψύξης) συνεχίζεται μέχρις ότου η θερμοκρασία του χώρου γίνει ίση προς την επιθυμητή. Τότε η τροφοδοσία σταματά και τίθεται ξανά σε λειτουργία μόνον εφόσον δημιουργηθεί κάποια διαφορά (σφάλμα) μεταξύ της εξόδου $\theta(t)$ και της επιθυμητής εξόδου θ_d .

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι στον έλεγχο ανοικτού βρόχου η είσοδος ελέγχου u υπολογίζεται εκ των προτέρων, έτσι ώστε να προκύπτει η επιθυμητή έξοδος, με την παραδοχή ότι η κατάσταση του συστήματος μεταβάλλεται με ένα γνωστό (αιτιοκρατικό) τρόπο. Στην περίπτωση του συστήματος θέρμανσης ο έλεγχος ανοικτού βρόχου συνίσταται στον υπολογισμό της ηλεκτρικής ισχύος που εξασφαλίζει την επιθυμητή θερμοκρασία του χώρου. Αν όμως συμβεί κάποιο απρόβλεπτο γεγονός (π.χ. μια ξαφνική αύξηση ή μείωση της θερμοκρασίας), τότε η θερμοκρασία του χώρου παύει να είναι η επιθυμητή. Ένα σύστημα ανοικτού βρόχου επηρεάζεται πολύ από απρόβλεπτες μεταβολές. Αντίθετα, σε ένα σύστημα κλειστού βρόχου η οποιαδήποτε τυχαία επίδραση γίνεται αντιληπτή και μπορεί να ελαχιστοποιηθεί, εφόσον η είσοδος ελέγχου είναι πάντοτε συνάρτηση της εξόδου μέσω της ανάδρασης. Συνεπώς, η δομή ενός συστήματος κλειστού βρόχου είναι η μόνη που εξασφαλίζει την επιθυμητή συμπεριφορά του, παρά την ύπαρξη εσωτερικών μεταβολών ή εξωτερικών επιδράσεων.

Θεωρώντας τεχνολογικά συστήματα από το πεδίο του Ηλεκτρολόγου Μηχανικού, μπορεί να πει κανείς ότι το υπό έλεγχο σύστημα Σ είναι στην πιο απλή περίπτωση ένας περιστρεφόμενος άξονας, του οποίου θέλουμε να ελέγξουμε τη γωνιακή ταχύτητα, ενώ στην πιο γενική περίπτωση είναι ένα εργοστάσιο ή ένα αεροναυτικό σύστημα. Ο ελεγκτής A μπορεί να είναι στην πιο απλή περίπτωση ένα ηλεκτρικό φίλτρο και στην πιο γενική ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής. Σ' ένα σύστημα υπάρχουν επιπλέον δύο μονάδες που θεωρείται ότι βρίσκονται ενσωματωμένες στο Σ : οι **επενεργητές** E που είναι εκείνες οι διατάξεις, οι οποίες εκτελούν την εντολή ελέγχου (π.χ. διακόπτες, ποτενσιόμετρα, βαλβίδες,...) και οι **αισθητήρες** S που μετρούν τα σήματα απόκρισης. Τέλος, σ' ένα σύστημα υπάρχουν **σήματα διαταραχών** d που προέρχονται από το περιβάλλον του συστήματος και τα οποία δεν μπορούν να προβλεφθούν και άρα ούτε να ελεγχθούν. Οι διαταραχές μπορούν να επιδρούν στην είσοδο ή και στην έξοδο. Λαμβάνοντας υπ' όψη όλα αυτά τα στοιχεία, η πλήρης απεικόνιση ενός συστήματος δίνεται στο Σχ. 1.4.



Σχήμα 1.4. Πλήρης απεικόνιση κλειστού συστήματος

1.4 Είδη συστημάτων

Τα συστήματα διακρίνονται σε **γραμμικά** και **μη γραμμικά**, ανάλογα με τις θεμελιώδεις ιδιότητές τους. Έτσι, τα γραμμικά συστήματα διέπονται από γραμμικές εξισώσεις, για τις οποίες ισχύει η **αρχή της επαλληλίας**: αν για είσοδο u_1 προκύπτει η έξοδος y_1 και για είσοδο u_2 προκύπτει η έξοδος y_2 , τότε για είσοδο $au_1 + bu_2$ προκύπτει η έξοδος $ay_1 + by_2$. Η ιδιότητα αυτή βοηθάει πάρα πολύ στη μελέτη των συστημάτων και βρίσκεται στη βάση της θεωρητικής θεμελίωσης της επιστήμης των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου. Η γραμμικότητα σημαίνει ότι οι σχέσεις μεταξύ των εξόδων και των εισόδων, καθώς και όλων των φυσικών ποσοτήτων που χαρακτηρίζουν το σύστημα, είναι γραμμικές. Ωστόσο, στην πράξη τα περισσότερα συστήματα είναι μη γραμμικά, δηλαδή, οι παραπάνω σχέσεις είναι μη γραμμικές και κατά συνέπεια τα συστήματα διέπονται από μη γραμμικές εξισώσεις. Το γεγονός αυτό καθιστά εξαιρετικά δύσκολη τη μελέτη τους, τόσο από θεωρητική, όσο και από υπολογιστική (αλγοριθμική) άποψη. Οι δυσκολίες αποφεύγονται με το να προσεγγίζονται τα μη γραμμικά συστήματα από γραμμικά μοντέλα, όπου αυτό είναι επιτρεπτό.

Όπως ήδη αναφέρθηκε, οι μεταβλητές ποσότητες σ' ένα σύστημα είναι συναρτήσεις του χρόνου. Ανάλογα με το αν ο χρόνος θεωρείται ότι μεταβάλλεται κατά συνεχή ή διακριτό τρόπο, τα συστήματα μπορούν να είναι, αντίστοιχα, **συνεχούς χρόνου** ή **διακριτού χρόνου**. Η διαίρεση αυτή γίνεται ως προς τις μεταβλητές.

Ως προς τις παραμέτρους τα συστήματα διακρίνονται σε **χρονικά αμετάβλητα** και σε **χρονικά μεταβαλλόμενα**, ανάλογα με το αν οι παράμετροί τους μεταβάλλονται ή όχι με το χρόνο. Πρέπει να σημειωθεί, όμως, ότι στην περίπτωση των χρονικά μεταβαλλόμενων συστημάτων η μεταβολή των παραμέτρων πρέπει να είναι αργή σε σχέση με τις δυναμικές του συστήματος, δηλαδή, σε σχέση με το ρυθμό μεταβολής που χαρακτηρίζει τις μεταβλητές ποσότητες.

Ακόμη, τα συστήματα μπορεί να είναι **αιτιοκρατικά**, αν οι εισοδοί τους είναι γνωστές συναρτήσεις, ή **στοχαστικά**, αν οι εισοδοί τους είναι τυχαίες μεταβλητές. Η διαίρεση αυτή γίνεται ως προς τις εισόδους.

Τέλος τα συστήματα διακρίνονται σε **αιτιατά** και μη **αιτιατά**. Η έννοια της αιτιότητας στα συστήματα σημαίνει ότι η περιγραφή τους σε μια δεδομένη χρονική στιγμή εξαρτάται μόνο από παρελθούσες τιμές των εισόδων και των εξόδων του (ή διαφορετικά δεν εξαρτάται από το μέλλον του συστήματος).

Η βασική θεωρητική θεμελίωση της επιστήμης των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου έγινε για γραμμικά, αιτιοκρατικά συστήματα συνεχούς χρόνου με σταθερές παραμέτρους και πραγματοποιήθηκε κυρίως στο δεύτερο μισό του 20^{ου} αιώνα. Η επέκτασή της σε άλλες κλάσεις συστημάτων, από αυτά που προαναφέρθηκαν, είναι αρκετά επίπονη και αποτελεί αντικείμενο έρευνας.

1.5 Προβλήματα ελέγχου

Όπως αναφέρθηκε στην παρ. 1.3, το πρόβλημα του ελέγχου ανάγεται στο πρόβλημα του σχεδιασμού του ελεγκτή, ο οποίος παράγει το κατάλληλο σήμα εισόδου u . Η διαδικασία σχεδιασμού περιλαμβάνει το στάδιο του υπολογισμού και το στάδιο της υλοποίησης του ελεγκτή. Εφόσον ο ελεγκτής αποτελεί ένα μέρος του συνολικού συστήματος, το πρόβλημα του ελέγχου αποτελεί στην πραγματικότητα ένα πρόβλημα σύνθεσης, όπου ζητείται να βρεθεί το συνολικό σύστημα (ανοικτό ή κλειστό). Δύο βασικά προβλήματα ελέγχου είναι η **ρύθμιση** και η **παρακολούθηση τροχιάς**.

Στον **έλεγχο ρύθμισης** ο στόχος είναι να παραμείνει η έξοδος σταθερή σε μια επιθυμητή τιμή $y = y_d$. Η απαίτηση αυτή υπάρχει σε πληθώρα προβλημάτων ελέγχου όπως είναι π.χ. ο έλεγχος θερμοκρασίας, θέσης, ταχύτητας, στάθμης υγρού κ.ά.

Στον **έλεγχο παρακολούθησης τροχιάς** η έξοδος πρέπει να μεταβάλλεται κατά ένα προδιαγεγραμμένο τρόπο. Μια δεδομένη τροχιά πρέπει να διαγράφει π.χ. ένα διαστημικό όχημα, το άκρο ενός ρομποτικού βραχίονα, αλλά και το κοπτικό εργαλείο μιας εργαλειομηχανής.

Η θεωρία συστημάτων αυτομάτου ελέγχου αποτελεί ένα ευρύ πεδίο έρευνας. Ήδη, η θεωρία γραμμικών συστημάτων επεκτείνεται στις περιοχές του προσαρμοστικού και του στοχαστικού ελέγχου, των συστημάτων με αβεβαιότητες κ.ά. Παράλληλα, τα μη γραμμικά συστήματα συνιστούν ένα άλλο πεδίο ενδιαφέροντος, στο οποίο τα μέχρι σήμερα θεωρητικά αποτελέσματα είναι περιορισμένα σε σύγκριση με τα γραμμικά. Σε ότι αφορά τις εφαρμογές, αυτές είναι πάμπολλες σε όλα τα πεδία της τεχνολογίας και της επιστήμης και διαρκώς επεκτείνονται στις πλέον σύγχρονες μορφές της όπως είναι η αυτοκινητοβιομηχανία, η ρομποτική, η βιοτεχνολογία, η αεροναυτική, η διαστημική, αλλά και η σύγχρονη ιατρική.

1.6 Είδη σημάτων στα συστήματα αυτομάτου ελέγχου

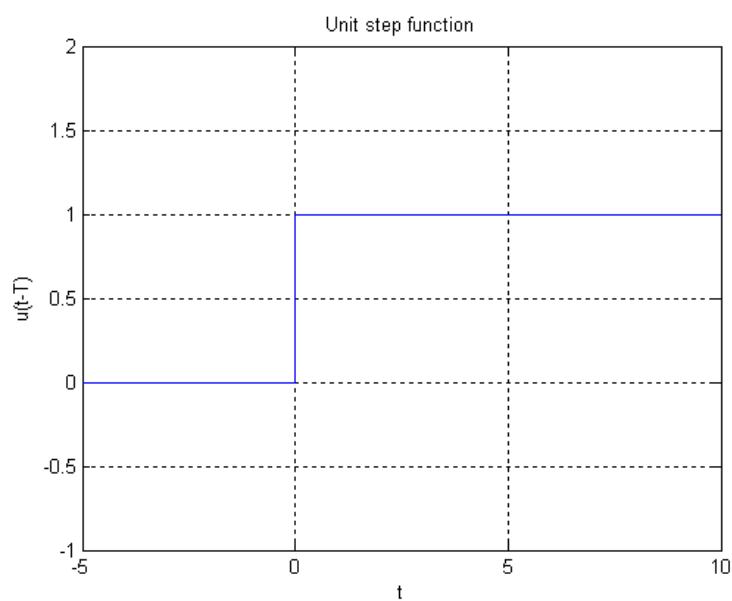
Μερικά γνωστά σήματα έχουν ευρύτατη εφαρμογή στη μελέτη των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου. Τα σήματα αυτά παρουσιάζονται στις επόμενες παραγράφους.

1.6.1 Βηματική συνάρτηση

Η βηματική συνάρτηση ορίζεται ως εξής:

$$u(t-T) = \begin{cases} A, & t > T \\ 0, & t < T \\ \text{απροσδ.}, & t = T \end{cases}$$

Αν το πλάτος $A=1$, τότε η συνάρτηση λέγεται **μοναδιαία βηματική συνάρτηση**.

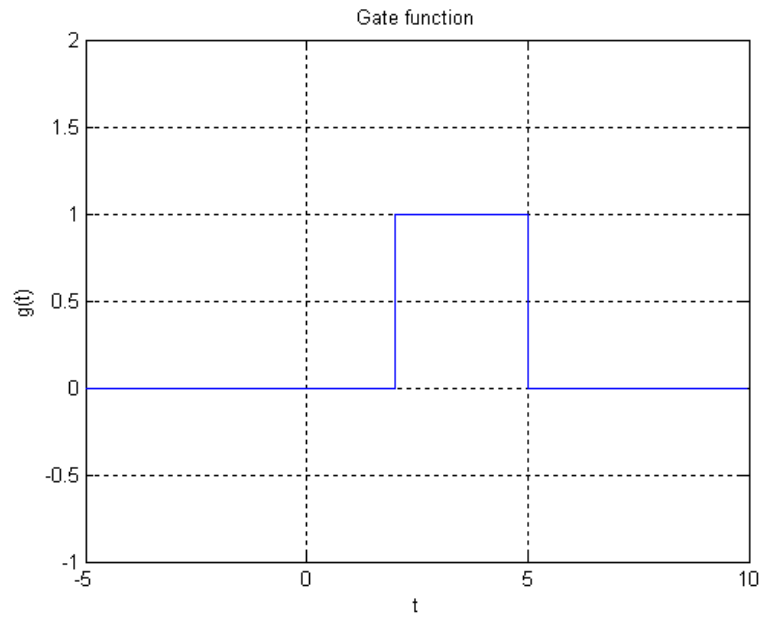


Σχήμα 1.5. Μοναδιαία βηματική συνάρτηση

1.6.2 Συνάρτηση πύλης

Η συνάρτηση πύλης ορίζεται ως εξής:

$$g(t) = \begin{cases} A, & t \in (T_1, T_2) \\ 0, & t \notin (T_1, T_2) \\ \text{απροσδ.}, & t = T_1, t = T_2 \end{cases}$$



Σχήμα 1.6. Μοναδιαία συνάρτηση πύλης

1.6.3 Μοναδιαία κρουστική συνάρτηση

Η **μοναδιαία κρουστική συνάρτηση** λέγεται και συνάρτηση Dirac και ορίζεται ως εξής:

$$\delta(t-T) = \begin{cases} 0, & \forall t \neq T \\ \infty, & t = T \end{cases}$$

Ισχύουν οι εξής ιδιότητες:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-T) dt = 1$$

$$\delta(t-T) = \frac{d}{dt} u(t-T)$$

$$u(t-T) = \int_{-\infty}^t \delta(t-T) dt$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t-T) dt = x(T)$$

1.6.4 Συνάρτηση αναρρίχησης

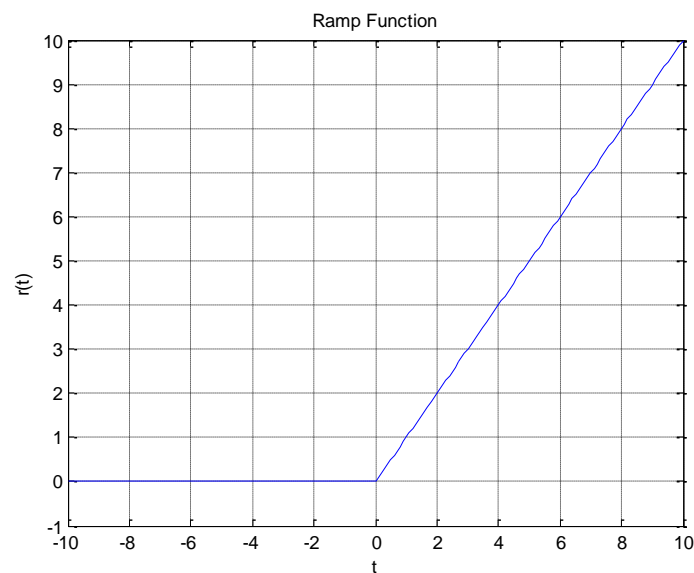
Η συνάρτηση αναρρίχησης ορίζεται από τις σχέσεις:

$$r(t-T) = \begin{cases} t, & t > T \\ 0, & t < T \end{cases}$$

Ισχύουν οι εξής ιδιότητες:

$$u(t-T) = \frac{d}{dt} r(t-T)$$

$$r(t-T) = \int_{-\infty}^t u(t-T) dt$$

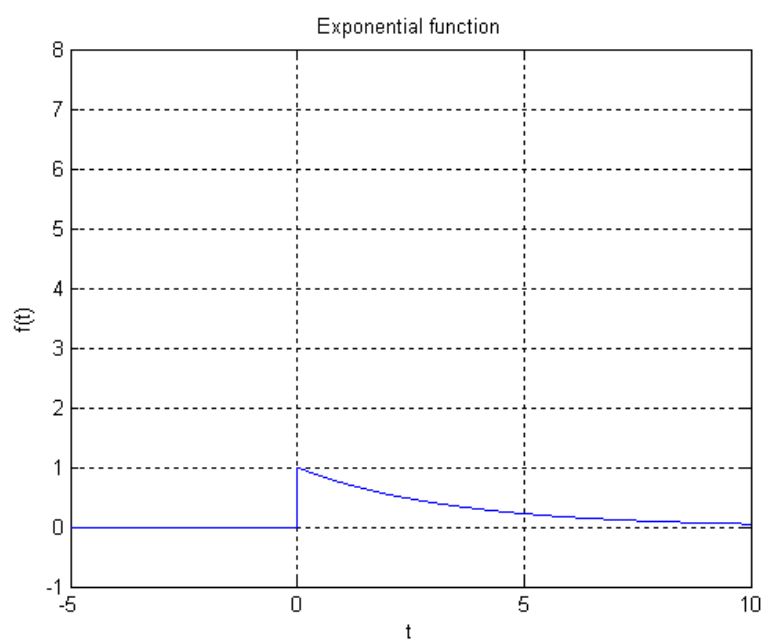
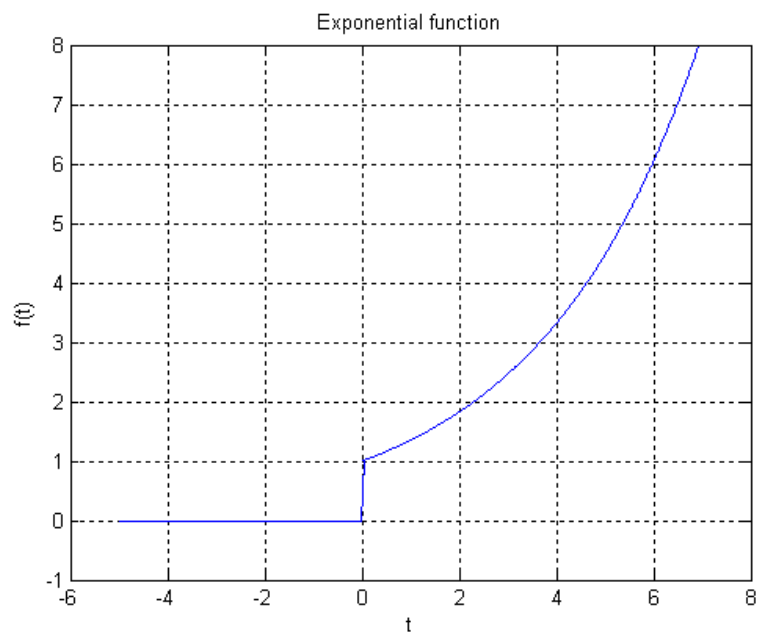


Σχήμα 1.7. Συνάρτηση αναρρίχησης

1.6.5 Εκθετική συνάρτηση

Η εκθετική συνάρτηση ορίζεται από τη σχέση:

$$f(t) = Ae^{at}$$

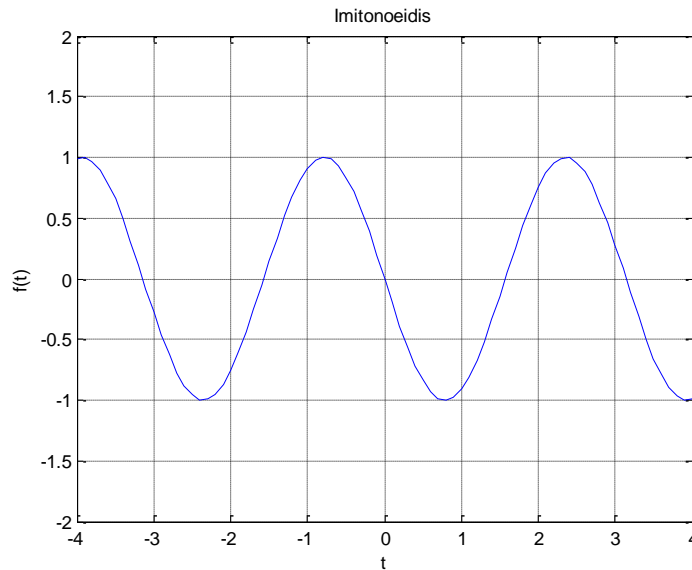


Σχήμα 1.8. Εκθετική συνάρτηση για $\alpha=0.3$ και $\alpha=-0.3$, αντίστοιχα

1.6.6 Ημιτονοειδής συνάρτηση

Η ημιτονοειδής συνάρτηση ορίζεται από τη σχέση:

$$f(t) = A \sin(\omega t + \theta)$$



Σχήμα 1.9. Ημιτονοειδής συνάρτηση

Παρατήρηση

- Η ημιτονοειδής συνάρτηση είναι γραμμικός συνδυασμός δύο εκθετικών συναρτήσεων: $\sin \theta = \frac{1}{2j}(e^{j\theta} - e^{-j\theta})$
- Η μοναδιαία βηματική συνάρτηση για $T = 0$ είναι η εκθετική, όταν $A = 1$ και $a = 0$
- Οι συναρτήσεις $\delta(t - T)$ και $r(t - T)$ παράγονται από την $u(t - T)$

1.7 Κύρια σημεία

- Δομή συστημάτων: είσοδος – σύστημα – έξοδος
- Συστήματα ανοικτού και κλειστού βρόχου
- Η έννοια της ανατροφοδότησης ή ανάδρασης
- Το βασικό πρόβλημα ελέγχου
- Έλεγχος ρύθμισης – έλεγχος παρακολούθησης τροχιάς
- Είδη συστημάτων
- Ιστορική εξέλιξη των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου
- Παραδείγματα φυσικών συστημάτων